ALGO

WWW.ALGORITMOSTEM.IT

SCIENCE TECHNOLOGY ENGINEERING MATHEMATICS

Appunti

Meccanica dei Fluidi:
(equilibrio statico e dinamico)

UNI - Fisica

rev.0.1 - 05 set 2023

Draft version

Appunti in formato bozza, intesi esclusivamente di ausilio alle lezioni, che le integrano nelle descrizioni e nei ragionamenti su quanto viene riportato in queste pagine.

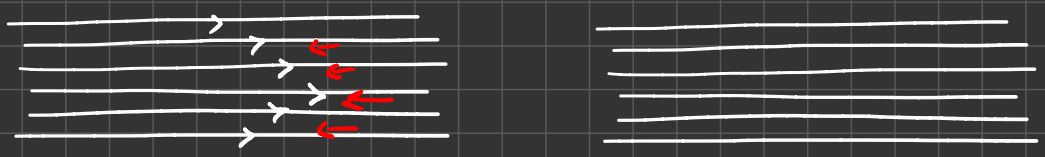
Licenza Creative Commons CCBYNCND.
È consentita la condivisone del documento originale a condizione che non venga modificato né utilizzato a scopi commerciali, sempre attribuendo la paternità dell'opera all'autore

Def FLUIDO: sostanza (liquido o gas) che assume la forma del contenitore

liquidi
- volume definito
- superfici libere
- incomprimibili

gas
- volume non definito
- comprimibili

Rappresentazione del fluido a fletti



I fletti possono scorrere l'uno rispetto all'altro. Allo scorrimento si oppone parzialmente una forza d'attrito che comunque non riesce a fermare lo scorrimento, per questo motivo, se il fluido è in quiete, esistono solo forze normali ai fletti

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

PRESSIONE

nell'elemento di massa $dm = \rho\, dV$ consideriamo l'azione di:

Forze di volume (es: Forza Peso) $dF = g\, dm = g\, \rho\, dV$ → elemento di volu

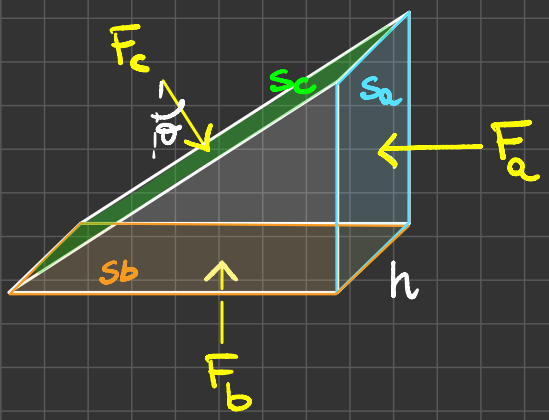
Forze di superficie $\left(p = \frac{F}{S}\right)$ $dF = p\, dS$ → elemento di superficie; → pressione

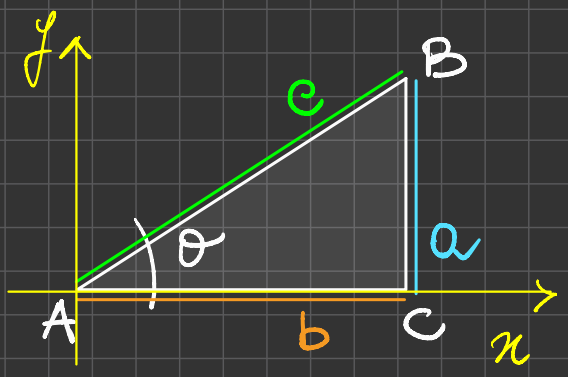
$p = \frac{dF}{dS}$ Rapporto tra la forza agente in una superficie infinitesima e la superficie stessa

$p = \frac{F}{S}$ su superficie finita

non direzionalità della pressione:

$F = P \cdot S$





In condizioni di equilibrio:

$$\sum \vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} x: F_a = F_c \sin\theta \rightarrow p_a \cdot S_a = p_c \cdot S_c \sin\theta \\ y: F_b = F_c \cos\theta \rightarrow p_b \cdot S_b = p_c \cdot S_c \cos\theta \end{cases} \rightarrow p_a = p_b = p_c$$

(S_a e S_b si semplificano)

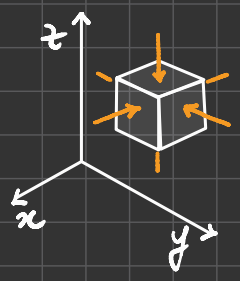
LAVORO delle Pressioni

$dW = dF \cdot dh = p\, dS\, dh = p\, dV$ ($dF = p\, dS$; $dS\, dh = dV$)

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV$$

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

EQUILIBRIO STATICO



$\forall dm$ (elemento di massa) deve essere:

$$\sum F_p + F_v = 0 \longrightarrow -p'dV + \rho dV = 0 \longrightarrow \boxed{\vec{p}' = \vec{a}\rho \ \ \forall \text{asse} \quad \nabla P = \rho \vec{a}}$$

forze di pressione (di superficie) — forze di volume

$dF = a\,dm = \rho dV \ \ \forall$ asse

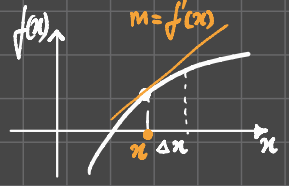
$-p'dV$ (*) $\forall$ asse

f Forza nell'unità di massa

(*)

1) $\left|p_{(z)} - p_{(z+dz)}\right| dS = -\frac{\partial P}{\partial z} dz\, dS = -\frac{\partial P}{\partial z} dV \ \ \forall \text{asse } x, y, z$

$p_{(z)} + p'_{(z)}\,dz$ linearizzazione



$\Delta f(x) = f'(x)\,\Delta x$ eq. retta passante per un punto

oppure

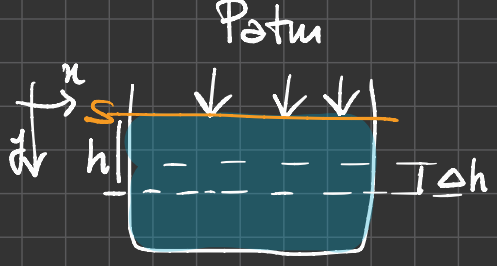
2) $\left|p_{(z)} - p_{(z+dz)}\right| dS = -dP \frac{dz}{dz} dS = -\frac{\partial P}{\partial z} dV \ \ \forall \text{asse } x, y, z$

$-dP$

$\nabla P = \rho f$ Sotto l'azione di una forza di volume, la pressione nel fluido non è costante ma varia per mantenere l'eq. statico.

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

Stevino



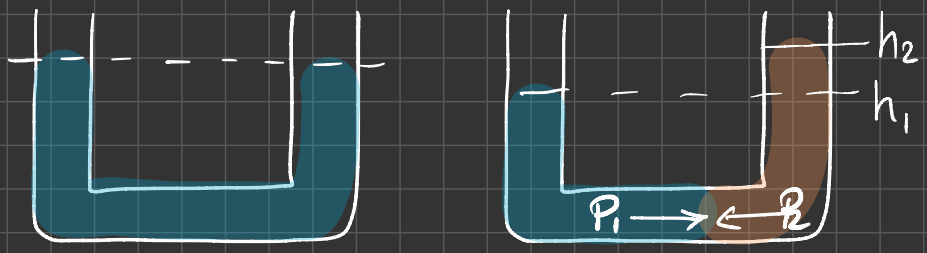
$$p_r = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho V g}{S} = \frac{\rho S h g}{S}$$ (relativa)

mg → F, ρV → m, Sh → V

$$p = p_r + p_{atm}$$ (assoluta)

$$\Delta p = \rho g \Delta h$$

Vasi comunicanti

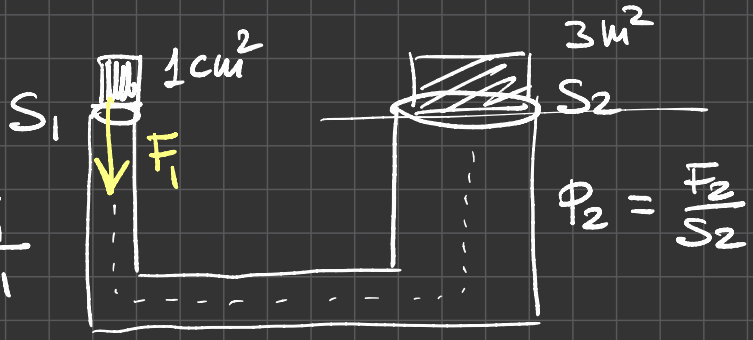


$$p_1 = p_2$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$h_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} h_2$$

Torchio Idraulico



$$p_1 = \frac{F_1}{S_1}$$

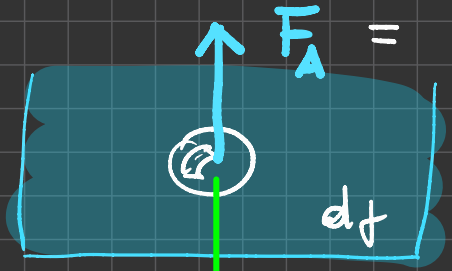
$$p_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

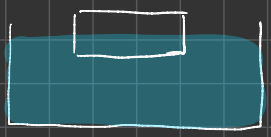
$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

Spinta di Archimede





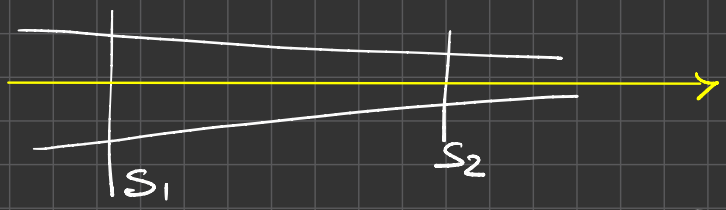
$\rho_c > \rho_f$ sprofonda

$\rho_c = \rho_f$ equilibrio

$\rho_c < \rho_f$ galleggia

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

EQUILIBRIO DINAMICO



portata $Q = \frac{dV}{dt} = Sv = \text{cost}$

EQ continuità $S_1 v_1 = S_2 v_2$

nel tempo dt la quantità di massa che attraversa la sezione S_1 è la stessa di quella che attraversa la sezione 2

EQ. Bernulli $p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cost}$

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

1) $h = \text{cost}$.



EFFETTO VENTURI

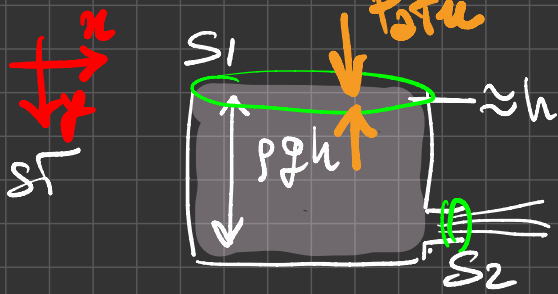
$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{cost}$

2) $v = \text{cost}$



$p + \rho g h = \text{cost}$

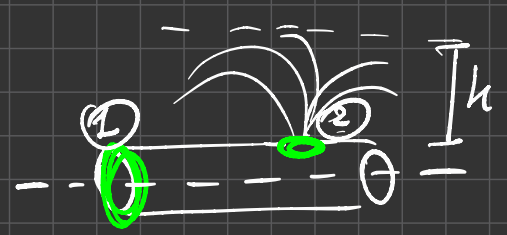
3) $p = \text{cost}$



EFFETTO TORRICELLI

$gh + \frac{1}{2}v^2 = \text{cost}$

5)



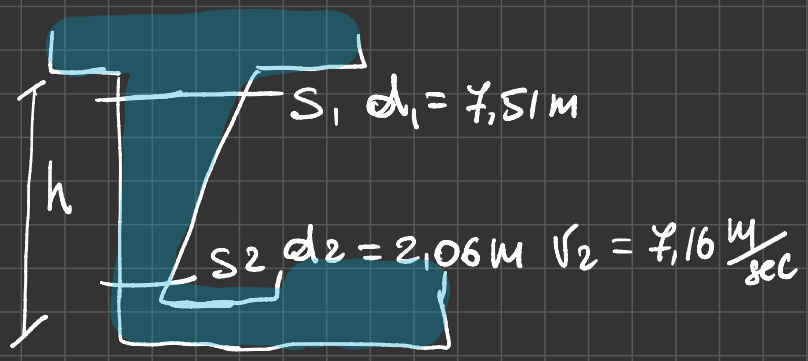
$p_1 - p_{atm} = \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g h$ (sfrutto)

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

2022 Invernale 1A

6) Una conduttura trasferisce acqua da un serbatoio ad un altro, che si trova ad una quota rispetto al primo pari a $h = 4.29$ m. Il tubo che collega i due serbatoi ha una sezione circolare di diametro variabile, che aumenta gradatamente da $d = 2.06$ cm (all'estremità inferiore) a $D = 7.51$ cm (all'estremità superiore). Sapendo che la velocità dell'acqua all'estremitá inferiore del tubo è pari a $v = 7.16$ m/s, calcolare la differenza di pressione tra il punto inferiore e superiore della conduttura (densità dell'acqua $\rho = 997$ kg/m^3). [Pa]

A 1.82×10^4 B 2.13×10^4 C 1.27×10^4 D 2.31×10^4 E 1.65×10^4 F *Altro*



Bernoulli $\left\{ p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \right.$

Eq. continuità $\left\{ S_1 v_1 = S_2 v_2 \longrightarrow v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2 = \frac{\pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2} v_2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 v_2 \right.$

$$p_2 - p_1 = \rho g (h_1 - h_2) + \frac{1}{2}\rho \left(\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 v_2^2 - v_2^2 \right)$$

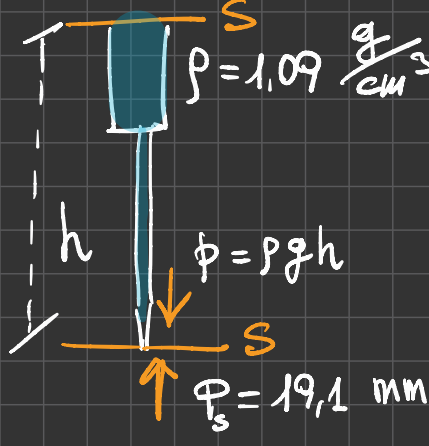
$$\frac{1}{=} g (h_1 - h_2) + \frac{1}{2} v_2^2 \left(\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 - 1 \right)$$

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

2021 ESTIVO 3A

6) Un infermiere mette una flebo ad un paziente ponendo la bottiglia con la soluzione da inoculare ad una certa altezza. Il liquido esce da un tubicino che termina con un ago che entra in vena. Calcolare la minima altezza dall'ago a cui porre la bottiglia se la densità del liquido da inoculare é $\rho = 1.09$ g/cm^3 e la pressione del sangue e' $P = 19.1$ mm/Hg in modo che il liquido entri in vena per differenza di pressione. (1 mm/Hg = 133.32 Pascal) [cm]

A [14.3] B [20.3] C [35.8] D [26.5] E [~~23.8~~ cm] F [*Altro*]



$\rho = 1{,}09 \frac{g}{cm^3} = 1{,}09 \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-6}} = 1{,}09 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

$\phi = \rho g h$

$p_s = 19{,}1$ mm/Hg $= 19{,}1 \cdot 133{,}32$ Pa

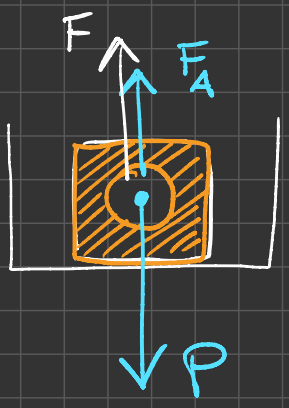
Possiamo considerare $v \approx 0 \rightarrow$ equilibrio statico

Stevino: $p_s = \rho g h \rightarrow h = \frac{p_s}{\rho g} = 23{,}8 \cdot 10^{-2}$ m

2020 ESTIVO 3A

6) Un cubo di metallo di lato $L = 1.25$ m è caduto sul fondo di una piscina. Il cubo internamente ha una cavitá sferica di raggio $R = 37.6$ cm. Trovare la forza minima per sollevare il cubo dal fondo della piscina se il metallo ha densitá $\rho = 2.43$ g/cm^3. Si consideri che la densitá dell'acqua é 1000 kg/m^3. [N]

A [2.21×10^4] B [2.87×10^4] C [2.45×10^4] D [3.98×10^4] E [3.14×10^4] F [*Altro*]



$V_{CUBO} = \ell^3 <$ $V_m = \ell^3 - \frac{4}{3}\pi R^3$; $V_v = \frac{4}{3}\pi R^3$ (vuoto $\rho = 0$)

$\rho = 2{,}43 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

V del liquido spostato $= V_{CUBO}\, \rho_{acqua}$

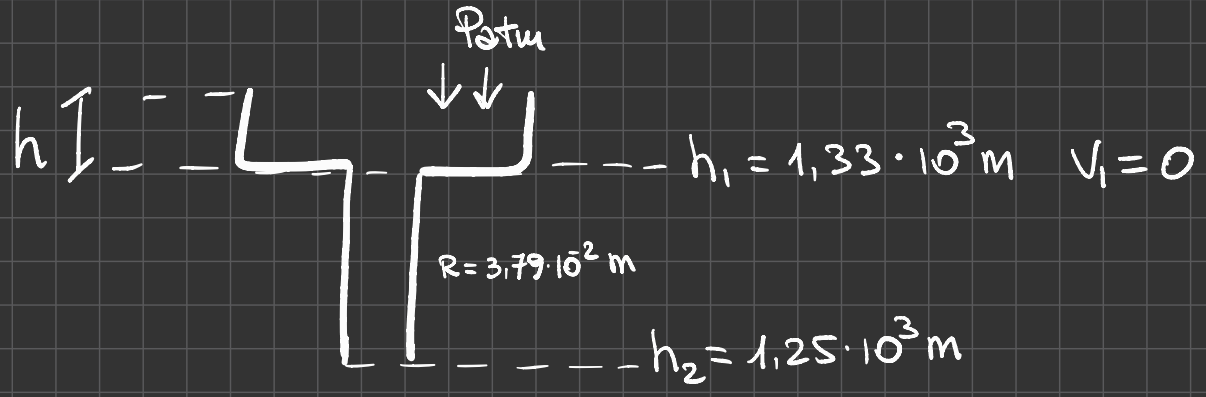
$F + F_A - P > 0$

$F > P - F_A = \rho V_m g - \rho_{acqua} V_{CUBO} g$

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it

2023 invernali A1

7) Da un lago alpino viene prelevato ogni giorno un volume $V = 4.07 \times 10^3$ m^3 di acqua, che viene portato ad un paese di montagna posto più in basso attraverso un tubo di raggio $r = 0.0379$ m. Il lago è alla quota $h_1 = 1.33 \times 10^3$ m, mentre il paese si trova alla quota $h_2 = 1.25 \times 10^3$ m. Calcolare la pressione relativa (differenza di pressione rispetto a quella atmosferica) con cui giunge l'acqua in paese assumendo che il livello del lago resti costante e che il prelievo dell'acqua sia uniforme durante l'intero giorno. [Pa] Pressione atmosferica: $p_0 = 1.013\ 10^5$ Pa; densità acqua $\rho_a = 10^3$ kg/m^3. X 7.3×10^5 B 3.8×10^5 C 4.73×10^5 D 6.1×10^5 E 6.75×10^5 F *Altro*



Bernoulli $P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2$?

$P_1 = P_{atm}$ $\quad \frac{1}{2}\rho V_1^2 = 0$ $\quad P_2 = P_{atm} + P_{rel}$

$P_{rel} = \rho g h$

$$Q = \frac{V}{t} = S \cdot v \rightarrow v = \frac{V}{t \cdot S} = \frac{4,07 \cdot 10^3}{24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot \pi \cdot 3,79^2 \cdot 10^{-4}} = \frac{10^5}{\pi 6^3 \cdot 3,79^2} = 10,44 \ \frac{m}{sec}$$

$$P_2 = \rho g (h_1 - h_2) - \frac{1}{2}\rho V_2^2 + P_{atm} = \left(0,08 \cdot 10^3 \cdot 9,81 - \frac{1}{2} 10,44^2\right) 10^3 = 7,29 \cdot 10^5 \text{ Pa} + P_{atm}$$

ALGO - licenza d'uso creative common CCBYNCND - www.algoritmostem.it